of necessity must become more dense. But to proceed ; I caus'd some Water to be heated about Blood-wrrm, when weighing my Bottle in it, I found the bulk of Water equal to the bulk of the Bottle was about 3 Grains less than when Cold ; which shows, that the component Parts of the Water are easily separated by Heat, and the Matter lodg'd in its Interstices capable of dilation. Then I took that Water that I had purg'd of all its Air, (as near as I could,) and gave it a degree of Heat, not exceeding luke-warm ; upon weighing the premention'd Bottle in it, I found, that altho' the Heat it had received was very inconsiderable, yet the bulk of the Water, in that State, equal to that of the Bottle, was now deminish'd 2 Grains: which plainly shews, that notwithstanding the Water contain'd no Air that I could discover, yet there seems a Matter latent in it, capable of Intumescence.

V. *Epistola D.* Guidonis Grandi, *Societatis Regalis* Londin. *Socii, ad Illust. Comitem D.* Laurentium Magalotti, *dictæ Societatis Socium, De Natura & Proprietatibus Soni.*

Clarissimo Viro Laurentio Magalotti Guido Grandus S.

ELegantissimum Præsulis Armachani commentariolum de Sono, quod mihi nuper communicasti, summâ animi voluptate perlegi ; at circa Semiplani figuram in calce ejus scripti commemoratam, in cujus potissimum expositione meam à te operam desiderari significa-

ficaveras (five ob argumenti ipfius difficultatem, ingenii mei viribus longè fuperiorem, five ob diagrammatis Londino tranfmiffi, minùs fortaffè ad impreffum exemplar exactam delineationem) vereor, ut fatis affequi mentem Auctoris, tuifque votis pro merito refpondere valuerim. Ne tamen juffis tuis nihil interim videar detuliffe, qualefcumque animadverfiones, & conjecturas meas ad propofiti nodi evolutionem fpectantes aperiam, & fin minus Interpretis, faltem Divinatoris perfonam hac in re fufcipere non gravabor, ut eorum quæ ad implendam muneris injuncti provinciam pertinerent, nihil à me fuiffe, tuæ auctoritatis gratia, prætermiffum intelligas.

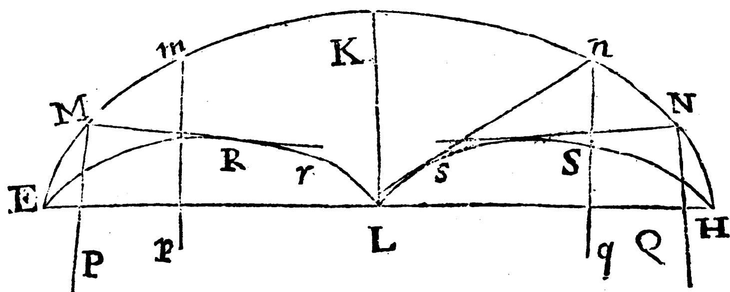
Comparat doctiffimus Præful fcientiam auditus cum Theoria vifionis, atque ut hæc in directam, reflexam, & refractam dividitur, ita illam pari ratione trifariam diftribuit, ut non modo fonos directos, & reflexos (quod dudum in ufu fuit) fed & refractos confideret; quemadmodum autem eximiis inventis opticis, catoptricis, & dioptricis vifionem á majoribus noftris magnâ jam ex parte perfactam fuiffe animadvertit, ita compluribus inftrumentis Acufticis, Catacufticis, & Diacufticis, five Phonicis, Cataphonicis, & Diaphonicis (utrovis enim modo denominat) auditum, tam ex objecti, quàm medii, vel organi parte perfici poffe non dubitat, eòque fpectantia problemata proponit, quæ tamen in hoc fcripto, nedum abfque demonftratione, fed & abfque determinatione, aut conftructione ullâ exhibentur, unde non major ad ipforum folutionem lux nobis affulget, quàm quæ, ante inventa à M. Galilæo fcientiæ motus principia, haberi potuiffet ad enodationem problematum circa determinandam projectorum femitam, vel aquarum ex datâ altitudine defcendentium velocitatem propofitorum : Neque enim affirmare verebor, perinde ignota nunc effe Acufticæ doctrinæ fundamenta, certè nondum paffim vulgata, aut inter eruditos recepta, licèt fortaffè

laudatissimo huic Præsuli innotuisse videantur, si quæ ab illo indicata, & promissa sunt, attendamus, quorum quidem uberiori expositione, atque apertâ demonstratione totam sibi literariam Rempublicam demeruisset, cum vix credendum sit, omnes simplici illâ Opticorum, & Acusticorum comparatione fore contentos, quæ vix ultra satis latam analogiam extenditur, ob tot discrimina, quibus propagatio Lucis a diffusione Soni secernitur: inter quæ illud palmarium est, quod Lux per lineam rectam semper exporrigitur, dum sonus etiam per curvas, & inflexas utcunque semitas quaquaversum spargitur, atque, intercepto cujusvis opaci corporis obice, sensibilis redditur.

Et vero hæc ipsa, quæ de Soni diffusione doctissimus Auctor noster edisserit, ejus differentiam à lucis propagatione manifestant: docet siquidem, sonum secus parietes, aut fornices lævigatissimos, ellipticâ, vel cycloidali, potius quàm circulari flexurâ donatos, blando quodam, & expeditissimo lapsu feliciter excurrere, nec non per mollem aquæ superficiem, sonoris tremoribus, quibus aer crispatur, obsequentem validius promoveri: quæ vereor, ut in luminis propagatione adeo generatim observentur; nam de Ellipsi quidem hoc tantùm habemus ex catoptricâ demonstratum, quòd radii lucis ex altero ejus foco D emanantes, & in ellipticam curvam A B C impingentes, inde reflexi in altero foco E colligentur; at si ex alio quovis puncto G, præter focos, exeant radii, non omnes amplius in unum punctum coibunt, sed ita reflectentur, ut curvam causticam f F f contactu suo efforment, supra cujus convexitatem existentes uno aut altero reflexo radio, non pluribus gaudere poterunt, in ipsâ vero cur-

vâ positi aliquot ex maximè vicinis participabunt; atqui intra cavitatem ejusdem veriabuntur, ab omni reflexorum radiorum illapsu immunes erunt, adeo nullum inde sibi emolumentum obventurum sperabunt.

Cycloidem quod attinet, ostendit quidem Cl. V. Joannes Bernoullius in Actis Lipsiæ 1697. Lucis radium, si per media transiret, quorum raritates in quolibet puncto juxta rationem subduplicatam altitudinum variarent, ita continuo flexu refrangendum, ut in curvam cycloidis sinuaretur: at seu reflexione, seu directa per idem medium propulsione, quid figura cycloidis ad feliciorem luminis diffusionem conferret, planè non video; hæc enim



curva focis omnino caret, adeò ut in nullo puncto radios recolligere possit, sed in curvas irregulares abeunt radii ab ipsa reflexi, nisi quód ubi ad axem K L paralleli radii P M, Q N in Cycloidem E M K N H inciderent, tunc linea caustica per contactum reflexorum radiorum M R, N S, efformata, ex binis cycloidibus E R L, H S L, circulo subduplæ diametri generatis, componeretur, radiosque reflexos confertissimos circa utriusque confinium L, ad medium basis reflectentis cycloidis exhiberet: cæterum tam in his quàm in aliis causticis ex qualibet luminosi puncti radiorumque positione resultantibus, eædem observationes locum haberent, quas sub finem præcedentis paragraphi causticis per ellipsim efformatis competere diximus.

De

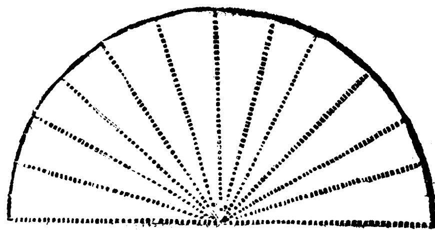
De planâ aquarum superficie nihil est quod addam, cùm pateat, lucis radios per illam aut omnino refractos transire, aut ordinatâ reflexione in adversam partem remitti, perinde ac è chrystalli solidioris superficie, imò ab hac aliquantò fortiùs, quàm ab illâ, tantum abest, ut per illam facillimè repentes in directum expeditius promoveri possint, illumque blandum progressum obtinere, quem tremoribus harmonicis, per mollem aquarum superficiem, crispatione suâ ipsorum flexui se accomodantem serpentibus Auctor tribuit: immò & dubitare licet, an lævigatissimæ speculorum superficies, perindè ac luminis, sic soni reflexionibus valdè conducerent, cùm Echo ipsa speluncarum recessus asperrimos, magis quàm politos, ac tenui gypso incrustatos parietes habitare videatur, ab incultis vallibus, ab anfractuosis antris, atque è veterum ædificiorum ruderibus frequentiùs respondens; quocirca Poeta Mythologus Metamorphos. lib. 3. fab. 5. de illâ sic cecinit:

Spreta latet sylvis: pudibundaque frondibus ora
Protegit, & solis ex illo vivit in antris.
Vox manet, ossa ferunt lapidis traxisse figuram,
Inde latet Sylvis, nulloque in monte videtur,
Omnibus auditur: Sonus est qui vivit in illâ.

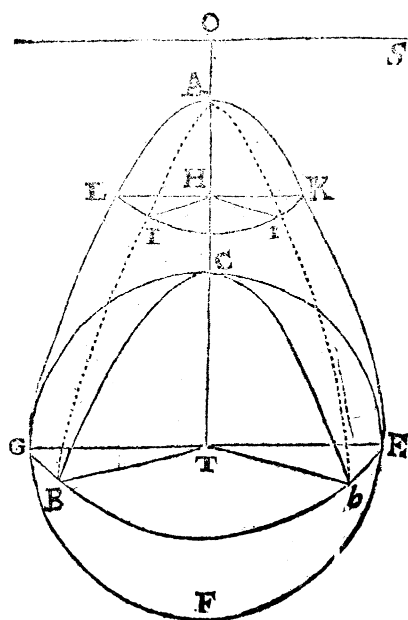
Quæ tamen non ideo à me dicta velim, ut quidpiam aut debitæ fidei, aut promeritæ laudis derogem pronunciatis Cl. Auctoris, quem potius extimulandum censeo ad hanc Sonorum Theoriam ex integro edendam, aut, si quid amplius, & absolutius justo volumine jam ediderit, nobiscum communicandum: ut quâ tandem lege sonori tremores per aerem, per aquam, & per variæ densitatis corpora quælibet, tum fluida, tum solida progrediantur, & in quo soni, lucisque convenientia nondum satis hactenus nobis comperta consistat, innotescere possit, unde firmatis Acusticæ fundamentis mirum in modum scientia

tia hæc deinceps perficeretur, idoneis organis ad sonum congregandum, augendum, promovendum, multiplicandum, aptiusque discernendum excogitatis, quorum in hoc scripto spem facit, & desiderium accendit Præsul doctissimus. Interim ego ostensurus, quantum illius verbis deferendum existimem, Acusticum ipsum, seu spheram Phonicam ab eodem propositam, divinando magis, quàm interpretando, exponere utcunque aggrediar, verbis illius primùm adductis, ut cum meis conjecturis mox subjiciendis conferri queant, & quàm exactè iisdem respondeant cujuslibet possit arbitrio judicari.

Addam hoc loco, inquit Auctor, *Semiplani Acustici, seu Spheræ Phonicæ figuram, quasi tentamen ad magnum scientiæ hujus principium explicandum, quod in sonorum progressione consistit. Consideretis oportet rude hoc semiplanum velut horizonti parallelum, nam si eidem perpendiculare fuerit, suppono extremitatem illius superiorem non amplius circularem futuram, sed hyperbolicam, partem verò inferiorem æqualem fore uni ex maximis terræ circulis: adeo ut universa sphera Phonica, si ita appellare liceat, sit quædam hyperbola solida, super concava basis sphericæ superficie erecta.* Porro Diagramma Londino transmissum hujusmodi erat, nullis præterea notis ad ejus illustrationem facientibus instructum.



Ipse igitur, hoc alio Schemate substituto, mentem Auctoris aperire satagam. Sit terræ globus C G F E, atque in puncto C ejus superficiei sonus aliquis excitetur. Hic per terram ipsam nec non per aerem circumquaque propagabitur, adeo ut quo tempore ad maximum terræ circulum polo C descriptum, nempe ad Peripheriam G B E aut reipsâ (licèt fortassè insensibiliter) pervenit,

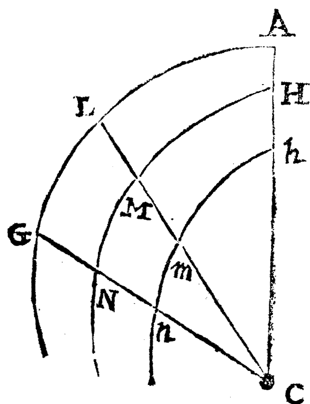


nit, aut faltem (fi validior effet) perveniret, per aerem diffufus, quoddam fpatium repleret, pro variâ tranfitus facilitate, non prorfus fphericè, fed inæqualiter exporrectum, & à perimetro hyperbolæ G L A K E, circa axem C A O fonoro corpori C perpendicularem pofitæ, circumfcriptum: imo vero à fuperficie conoidis hyperbolicæ, quam hyperbola A L G circa fuum axem rotata generat, definitum. Itaque univerfa fphera phonica, per quam dato tempore fonus extenditur, erit folidum fpatium comprehenfum ab hyperbolicâ conoide G A E B, quæ maximo terræ circulo G B E infiftit, & concavâ fuperficie hemifphericâ G C E B inferius terminatur: quod quidem fpatium plano ad horizontem parallelo ubilibet fectum, exhibebit femicirculum L I K, qualem oftendit Auctoris figura, quem & femiplanum appellat, eo quod ipfius diagrammatis profpectus alteram folùm medietatem ejus exhibeat, dimidia reliqua trans hyperbolam verticalem (quæ & ipfa phonicam fpheram per axem bifariam fecat) inconfpicuâ manente. Verùm quæ fit hujufmodi hyperbolæ fpecies, aut quibus principiis doctrina hæc fulciatur, nec Auctor indicat, nec mihi fuppetit unde hac de re quidpiam certi conjiciam.

Quod unum fupereft, adnitar, ut inverfo veftigandi ordine procedens, detegam primò per quod linearum genus tremores fonoros diffundi oporteret, ut in ejufmodi hyper-

hyperbolam dato tempore expanderentur; ſecundò, quæ raritatis variatio foret in variis aeris altitudinibus ſupponenda, ut (ſtante refractionis communi lege, qualem radii lucis obſervant) ſonorum directiones juxta inventam linearum ſpeciem flectere poſſet; ac tertió, quæ viciſſim dicenda ſit lex refractionis, quam ſonori tremores in ejuſmodi curvarum genus abeuntes ſequuntur, ſuppoſitâ raritatis aeris variatione tali, qualem plerique Philoſophorum, & Mathematicorum in illo agnoſcunt juxta reciprocam rationem ponderis atmoſpheræ incumbentis, & inferiores partes gravantis, quam experimentis congruere teſtantur.

Pro quo conſideremus, corpus ſonorum C tremores ſuos per directiones C n, C m, C h, quaquaverſus communicare, aut certè juxta eas lineas, per quas impulſum fuerat, ſe reſtituendo repellere aerem, eumdemque frequentiſſimis oſcillationibus protrudere, quibus criſpatur, atque ad motum tremulum juxta eaſdem directiones diffuſum ſollicitatur; hi ergo tremores quodam minimo tempore perveniſſe concipiantur ad puncta *n*, *m*, *h*, unde iter ſuum proſequentes, ſucceſſivè poſt aliud datum tempus ſimul propagabuntur, primus ad punctum N; ſecundus ad M, tertius ad H; iterumque poſt aliud datum tempus ſimul progredientur, prior ad G, alter ad L, poſtremus ad A. Nunc igitur lineas quidem C *n* N G, C *m* M L, C *h* H A, per quas quilibet tremor ſucceſſivè diffunditur, voco *Radios ſonoros*; lineas vero *n*, *m*, *h*, N M H, G L A, quas prædicti ſonori radii, omneſque àlii ſynchroni iis intermedii dato quolibet tempore ſimul attingunt, *Undas ſonoras* appello.



Et quidem in medio prorsus ubilibet uniformi, cessante causâ, quæ tremores sonoros à suâ directione in hanc, vel illam partem deflectere cogat, patet sonoros radios semper rectos procedere, seu per viam brevissimam ab uno ad alium terminum directè progredi, atque undas penitus circulares sonoro corpori concentricas efficere, quia cum non majorem hîc, quàm alibi transitus difficultatem inveniant, utique ad pares distantias singuli dato quovis tempore elongabuntur: Secabit autem radius quilibet undam suam perpendiculariter, atque undæ quælibet concentricæ, & similes erunt, ut constat ex elementis.

At in medio difformis densitatis, velut in aere terræ circumfuso, qui diversam pro variâ altitudine (nam caloris, frigoris, humiditatis, & siccitatis vices, quæ ad certam legem revocari non possunt, pro nunc seponimus) raritatem obtinet, solus radius C H A perpendiculariter trajiciens omnes aereas lamellas, sive superficies terræ concentricas, irrefractus transibit, ac rectus manebit; cæteri vero iisdem superficiebus obliquè impingentes continuo quodam flexu in quolibet puncto refringentur, & in curvas C *m* M L, C *n* N G sinuabuntur; nec non pro variâ transitus facilitate non ad eandem ubivis distantiam dato tempore progredientur, quare puncta A, L, G, aut H, M, N, quæ eodem momento sonus per quoslibet radios emissus attingit, inæqualiter à sonoro C remota erunt, adeòque undæ A L G, H M N, *h m n*, omnino circuli non erunt corpori sonoro concentrici, sed alterius generis curvæ, quas tamen oportet invicem similes esse, ac similiter positas: quare in hypothesi nostri Auctoris, qui extremam illam undam A L G, ultimos globi terraquei fines lambentem hyperbolicam voluit, necesse est quasvis alias undas intermedias H M N, *h m n*, esse hyperbolas similes, ac similiter positas, diversis quidem verticibus A, H, *h*, sed eodem centro, ad eumdem axem, & sub similibus laterum figuris descriptas; nam quæ-

quæcumque ſit ratio, quæ oſtendat, ob ſimultaneum appulſum ſoni ad puncta A, L, G, per vias ſynchronas C H A, C M L, C N G, unde A L G faceſcere in curvam talis ſpeciei (puta hyperbolicam): eadem prorſus iiſdem fundamentis evincet, ob ſimultaneum appulſum ſoni etiam ad puncta H, M, N, per ſynchronas lineas C *h* H, C *m* M, C *n* N, undam H M N, in curvam ejuſdem ſpeciei (nempe hoc caſu in hyperbolam ſimilem, ac ſimiliter poſitam) pariter abire, ut de ſe conſtat. Nec dubium inſuper, ſonoros radios C H A, C M L, C N G, ſemper undas illas ſimiles A L G, H M N, *h m n* debere perpendiculariter, ſive ad rectos angulos ſecare, ut in circularibus undis contingit; quod cùm in ſimili propoſito de lucidis undis oſtenderit jam Vir Cl. Chriſtianis Hugenius, pag. 44. tractatus ſui de Lumine Gallicè editi, non eſt cur in hac obſervatione pluribus momentis confirmandâ tempus teratur.

Itaque inveſtigatio viæ, per quam radii ſonori, juxta hypotheſim Auctoris noſtri, propagantur, ad hoc pure geometricum Problema reducitur, ut inquiratur natura curvarum, quaſlibet hyperbolas ſimiles, & circa eumdem axem, eodem centro ſimiliter deſcriptas, perpendiculariter ſecantium. Sint hyperbolæ ſimiles A L G, H M N, *h m n*, aliæque innumeræ intermediæ, aut ſupra, vel infra ipſas ſimiliter poſitæ, idem commune centrum O habentes, eodemque axe O A H, cui alter O S coniugatur, deſcriptæ: ducenda eſt per punctum C curva C *m* M L, aut C *n* N G, propoſitas omnes hyperbolas perpendiculariter ſecans. Deſcribatur per datum punctum C, inter aſymptotos O A, O S hyperbolâ C *m* M L talis naturæ, ut poſitâ ratione tranſverſi lateris priorum hyperbolarum AL,HM, &c. ad latus rectum earumdem æquali rationi t ad r, poteſtates ordinatarum L Q denominatæ ab exponente r ſint reciprocè proportionales poteſtatibus abſciſſarum à centro O Q denominatis ab exponente t, nempe facta O Q $= x$, & Q L $= y$, ita

ut $y^{r} = \frac{1}{x^{t}}$; ſive, ducta qualibet alia ordinata *m i*, M I, ita ut ratio diſtantiarum à centro O Q, O I ſit reciprocè tam multiplicata rationis applicatarum I M, Q L, quam

quam multiplex est fractio $\frac{r}{t}$ unitatis. Dico hanc latis facere quæsito; ducta enim cujusvis hyperlæ A L tangente L P in puncto, ubi à curva C M L secatur, nec non S L R tangente ipsius hyperbolæ C M L in eodem puncto, patet ex his quæ in Theorematum Hugenianorum demonstratione, cap. 7. n. 9. ostendimus, fore O Q ad Q R, ut exponens potestatis distantiarum O Q ad exponentem potestatis ordinatarum Q L, nempe ut *t* ad *r*; sed ut *t* ad *r*, nempe ut transversum latus ad rectum, ita per 37. l. Conic. est rectangulum O Q P ad quadratum Q L; igitur ut O Q ad Q R, sive sumptâ communi altitudine Q P, ut rectangulum O Q P ad rectangulum P Q R, ita rectangulum O Q P ad quadratum Q L, quod ideo æquabitur rectangulo P Q R; quare angulus P L R rectus erit: unde curva C M L perpendiculariter occurret in puncto L hyperbolæ A L G, eodemque modo aliis hyperbolis H M N, *h m n*, in punctis M, *m*, in quibus illas secat, perpendicularis esse ostendetur; quod erat, &c.

Hinc primò colligitur, quòd si hyperbola determinans spheram Phonicam Auctoris nostri, nempè A L G, aliæque similes concentricæ H M N, *h m n*, fuerint æquilateræ, tunc proper æqualitatem laterum *t*, & *r*, hyperbola C M L erit & ipsa hyperbola Apolloniana, & quidem pariter æquilatera, ejus enim æquatio superiùs allata transformabitur in hanc $y = \frac{1}{x}$ ubi ratio ordinatarum simpliciter reciprcca erit rationis distantiarum à centro, itaque radii pariter sonori æquè ac sonoræ undæ, juxta hanc hypothesin forent hyperbolæ ejusdem speciei, diversâ duntaxat positione collocatæ: Memini porro Illustrissimum Equitem Isaacum Newtonum Opticæ suæ, lib. 3. p. 287. Observ. 10. ostendere, quòd & radii lucis trans duorum cultrorum acies in obscurum cubiculum admissos, in hyperbolicas fimbrias, qualis esset C M L,

pariter sinuari, cujus phenomeni si ratio physica afferri posset, eadem hyperbolicos pariter soni radios, quales Armachani Præsulis systema invehere videtur, fortasse persuaderet.

Secundò observandum est, quod si plures ejusmodi curvæ, seu radii hyperbolici *m* M L, *n* N G, &c. secantes undas hyperbolicas ALG, HMN, &c. perpendiculariter, describantur, non in unum exactè punctum C poterunt convenire, tametsi propiùs, & propiùs cœant ad partes C, atque ad intervallum pervenire possint, minus quolibet dato intervallo; quare concipiendi erunt radii illi hyperbolici à corpusculo C alicujus extensionis procedere, non ab aliquo mathematico puncto, quod ipsum convenientissimum est; sonus enim ex collisione corporum nascitur, non ex unius rigorosi puncti, seu termini extensionis tremore produci potest.

Imò cum omnes undæ à sonoro corpore propagatæ esse debeant, ut supra vidimus, hyperbolæ similes, congruum est, ut concipiamus, corpus sonorum C quasi fibrillam minutissimam frequentissimè oscillantem, cujus minima, & veluti initialis unda infinitè propomodùm exigua 234, & ipsa reverà hyperbolica sit, seu potius apex physicus alicujus hyperbolæ; ita ut nimirum fibrilla oscillatoria corporis sonori C, dum pulsatur, ex situ directo 2 C 4 detrusa in situm concavum 2 5 4, vi percussionis adigatur, tum vehementissimi elateris sui, nec non propriæ tensionis vi, restituta in convexam hyperbolam 234 intumescat, ac rursus reducta alternis vibrationibus fluctuans hinc inde suos tremores in hyperbolicas undas, ipsimet initialibus 2 3 4, 2 5 4 perpetuò similes, sursùm, ac deorsum suapte naturâ, & in medio utrinque libero expandat, sed obice terrestris globi C E (cujus centrum T) impedita fortassè, hyperbolicas undas suas dumtaxat sursum propaget, & Phonicam Spheram ab Auctore nostro excogitatam describat, hemisphærio terrestri ab inferiori parte interruptum, ac definitam. Quod si vera

esset

esset P. Pardies doctrina Artic. 81. suæ staticæ proposita, quòd chordæ extensæ reipsâ hyperbolicam figuram, qualis esset 2 5 4, cujus centrum sit idem quod centrum terræ, vi proprii ponderis assumant, nemo non videt eam ipsam confirmando Auctoris nostri systemati fore congruentissimam, hinc enim ratio haberetur, cur fibrilla quævis sonori corporis C, dum ad vibrationes harmonicas sollicitatur, in hyperbolam 2 5 4 excurreret centrum habens in centro terræ T, similiterque in aliam æqualem 2 3 4 assurgeret, indeque per alias ampliores hyperbolas tremorem diffunderet, quarum omnium centrum esset O æquè distans à sonoro corpore C, ac sonorum corpus illud remotum sit ab ipsomet centro terræ; quare distantia C O æqualis semidiametro Globi Terraquei limitem definiret, ultra quam nulla sonora unda propagaretur, nullusque posset sonus audiri, & linea O S, utpote asymptotus quorumvis hyperbolicorum radiorum, per quos defertur sonus, confininm beatæ illius regionis constitueret, in quâ ab omni terrenarum rerum strepitu securis in summâ tranquillitate philosophari liceret.

Porro ne quis speculationem hanc eo nomine contemnendam putet, quòd fibrilla quævis sonori corporis, cùm brevissima sit, ac validè distenta, semper in situ recto 2 C 4. manere videatur, nec posse in concavas, aut convexas hyperbolas 2 5 4, 2 3 4 sinuari, considerandum insuper est, hyperbolas quò majoribus axibus præditæ fuerint, eo magis ampliari, & ad lineam rectam accedere; itaque ob ingentem distantiam centrorum T, vel O, sicut lineæ quas gravia cadentia describunt, licèt in centrum T collimantes pro parallelis habentur, & arcus circuli horizontalis cum rectâ ejus tangente confunditur, ita & initiales illas hyperbolas 2 5 4, 2 3 4 fermè coincidere dicendæ sunt cum rectâ 2 C 4, unde sensibilis non est incurvatio fibrillarum oscillantium in sonoro corpore, nec se prodit undarum hyperbolicarum species, nisi ubi in amplius spatium G L A L G dilatatæ fuerint centro suo propriùs accedentes.

Ani-

Animadvertendum adhuc tamen, his principiis positis, consequens fore, ut sonus hinc inde ad latera non excurreret ultra spatium ab hyperbolicis extremis radiis 2 9 8 *g*, 4 7 6 *g* comprehensum, quas tangerent rectè T 2, T 4, à centro terræ per terminos fibræ oscillantis aductæ; ac reverâ fibræ illius tremores juxta aliam directionem non procederent, quam per T 2, T 3, T 4, aliasque intermedias angulo 2 T 4 comprehensas, singulis particulis fibræ ejusdem correspondentes, itaque spatium extra dictas hyperbolas 2 9 8 *g*, 4 7 6 *g* positum ab omni tremore harmonico vacaret, nec posset juxta sensum Auctoris phonica sphera ad integrum terræ hemisphærium exporrigi; itaque oportet, nunquam reipsâ unicam aliquam sonori corporis fibrillam tremere, quin terminos aliarum fibrarum, quibus connectitur, & inter quos distenditur, eo ipso trahat, & ad harmonicum tremorem pariter sollicitet, quæ rursus alias, quibus implicantur, abducunt, & ad tremorem exstimulant, quemadmodum tensa chorda musica ligneo instrumento, cui alligatur, tremores suos evidenter communicat; itaque harmonicæ oscillationes in alia corpora, quibus mediatè, vel immediatè connectitur, percussâ fibrâ sonori corporis, subindè transfunduntur, licèt magis magisque semper debilitatæ, ac demum insensibiles redditæ per hemispherii terrestris superficiem sparguntur, & longiùs ac longiùs serpentes obrepunt (quod auris ipsa terræ applicata, & magnos saltem fragores in maximâ distantiâ excitatos discernens testari potest) itaque ex aliis etiam locis emergunt alii sonori radii hyperbolici per totum terræ hemisphærium, à quibus Phonica sphera Præsulis Armachani satis impleri possit.

Vides, Vir Illustrissime, quàm me ex inopinato procul abduxerit dulcissima hæc contemplatio; sed parcior ero in duobus reliquis problematibus à me supra propositis, nostramque adhuc operam desiderantibus, prosequendis; conabor autem secundam quæstionem genera

liù

liùs ſolvere, ut major inde fructus elici queat; intelligatur quivis radius ſeu lucidus, ſeu ſonorus N *n* G, in cujuſvis naturæ curvam, continuâ ſui refractione, mutatus: quæritur qua lege variari ſupponenda ſit denſitas, aut raritas medii in ejus diverſis altitudinibus, ut ſtante refractionis theoriâ, quæ ſinum refractionis ſemper raritati medii refringentis proportionalem ſupponit, radius ille in talis naturæ curvam obire potuerit? Sit axis curvæ N *n* G, quam radius refractus efficit, recta C O, in quâ ſumpto quolibet puncto C, radio quovis C L deſcribatur quadrans circularis L P *p*, ductâque ubilibet refracti radii tangente N R, *n r*, agatur ex C radius dictæ tangenti parallelus, occurrens circulo in P, ductâque P F axi parallela occurrat ordinatæ N Q ad axim perpendiculari in puncto F; dico inde or-

tam curvam FfF exprimere suis ordinatis F Q, fq raritates medii in variis ejus altitudinibus; nam quia C P est parallela ipsi R N, erit angulus P C B æqualis angulo, quem radius refractus N n in puncto N efficit cum perpendiculo; & ideo B P, sive F Q erit semper sinus refractionis, posito C P sinu toto; quare cum supposita sit lex ea refractionis, ut sinus ejusdem proportionalis sit raritati medii; utique eadem F Q exprimet medii raritatem ad altitudinem Q, sive ad æquè altum punctum N, per quod radius transit. Quod erat, &c.

In nostro autem proposito, ubi Q N $= \frac{1}{X^{\frac{t}{r}}}$, propter $\dot{Y} = \frac{1}{X^t}$, si F Q exponens raritatem aeris vocetur Z, erit $Z = \frac{t}{\sqrt{X^{\frac{2r+2t}{r}} + tt}}$; aut sumpta etiam r, & C P pro unitate, fiet $Z = \frac{t}{\sqrt{X^{2+2t} + tt}}$; atque in casu, quòd unda hyperbolica fuerit æquilatera, adeoque & radius hyperbola similis æquilatera, $y = \frac{l}{X}$, propter $t = 1$, fiet $Z = \frac{1}{\sqrt{X^4 + 1}}$.

Quoniam vero tum Jacobus Hermannus in Actis Lipsiæ 1706, tum David Gregorius Astronom. lib. 5. ostendunt Curvam, quæ determinat gradus raritatum aeris esse logarithmicam, adeo ut altitudines O Q, $o\,q$, sive

ſive X ſint logarithmi numerorum exponentium aeris raritates in punctis Q, q: patet radii continuè refracti N n, N G curvaturam ea lege procedere, ut ſinus complementi incidentiæ, & refractionis ad poteſtatem $\frac{r}{r + t}$, elevati rationem habeant compoſitam ex ratione ſinuum rectorum ad ſimilem poteſtatem evectorum, & ex ratione quam habent logarithmi raritatum.

Cæterum etſi conſenſerim, ordinariam legem refractionis lucis dare ſinus incidentiæ, & refractionis proportionales raritatibus mediorum, non diſſimulo tamen id fortaſſè non adeo exactum eſſe, cùm ratio ſinuum in refractione ex aere in vitrum ſit circiter ſeſquialtera, aer vero pluſquàm millies vitro ſit rarior ; ſed cum viderent Geometræ majorem fieri ſinum refractionis in tranſitu ad aliud medium pro majori facilitate quâ illud lux penetrat in communi hypotheſi, vel pro majori difficultate juxta Carteſium, qui ſupponit è contrario lucem magis refringi ob majorem difficultatem in rariori medio quàm in denſiori (ut gravia corpora ob majorem difficultatem penetrandi denſiora corpora, in his magis refringuntur, reſiliendo a perpendiculari) & utramque legem in eo convenire, quod pro majori medii raritate, major fieret refractio : hinc invaluit, ut ſinus proportionales dicerentur, non quidem facilitati, aut difficultati tranſitus, quarum alterutra ab aliis in dubium vocatur, ſed raritati medii, in quâ omnes conveniunt, licêt vera proportio illi non prorſus reſpondeat in eadem geometricâ ratione ; itaque ubicunque raritatis mentio facta eſt, ſubroganda eſt fortaſſè facilitas tranſitus in communi, & difficultas in Cartheſiana hypotheſi, præterquàm ubi diximus, raritatem ex pondere aeris incumbentis variatam reſpondere altitudinibus ut

numeri logarithmis suis respondent ; hoc enim exactè verissimum est.

Hæc sunt, Vir Illustrissime, quæ, te jubente, notanda censui circa doctrinam acusticam, & Semiplanum à Cl. V. Armachano Præsule propositum ; quæ quidem diligentiùs expendi, atque accuratius explicari debuerant, sed variis subinde curis distrahentibus, non nisi per intervalla contemplationi harum rerum vacare licuit ; itaque meæ erga Amplitudinem tuam observantiæ argumento hoc qualicunque contentus eris, mihique tuæ humanitatis officia impendere pergens, aliis jussibus tuis paratissimum semper invenies. Vale.

Florentiæ, 24 Maii,
1708.
